Maple Output 2D Math 2D Output

6 Übung zur Physik II - Blatt 6

Benedikt Birkenbach (3699455)
Gruppe 2
Philipp Messer

6.1 Thomas–Fermi Abschirmung

Das Potential ist gegeben durch

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q^{ex}}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\frac{r}{l}}$$

Mit Hilfe von

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\phi(\vec{r})$$

können wir das elektrische Feld bestimmen. Da es sich um eine radialsymmetrische Anordnung handelt, ist das Elektrische Feld nur von r abhängig.

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{q^{ex}}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\frac{r}{l}}\right)\cdot \vec{e}_r \\ &= \frac{q^{ex}}{4\pi\epsilon_0 r}\left(\frac{e^{-\frac{r}{l}}}{r} + \frac{e^{-\frac{r}{l}}}{l}\right)\cdot \vec{e}_r\end{aligned}$$

Es gilt das Superpositionsprinzip.

$$\vec{E}_{ges} = \vec{E}_{ex} + E_{in}$$

Um ρ^{in} bestimmen zu können, müssen wir erst E_{in} bestimmen. Mit dem Feld einer Punktladung ergibt sich sich folgende Gleichung.

$$\frac{q^{ex}}{4\pi\epsilon_0 r}\left(\frac{e^{-\frac{r}{l}}}{r} + \frac{e^{-\frac{r}{l}}}{l}\right) = \frac{q^{ex}}{4\pi\epsilon_0 r^2} + E_{in}$$

Also gilt für E_{in}

$$E_{in} = \frac{q^{ex}}{4\pi\epsilon_0 r}\left(\frac{e^{-\frac{r}{l}}}{r} + \frac{e^{-\frac{r}{l}}}{l} - \frac{1}{r}\right)$$

Die Maxwell'sche Gleichung besagt:

$$\vec{\nabla}\cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Also bestimmen wir nun die Divergenz von E_{in}, und setzen es danach mit $\frac{\rho^{in}}{\epsilon_0}$ gleich.

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}\vec{E}_{in} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 \cdot E_{in_r})}{\partial r} \\
&= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{le^{-\frac{r}{l}} - l + e^{-\frac{r}{l}}r}{l}\right) \\
&= -\frac{qe^{-\frac{r}{l}}}{4\pi\epsilon_0 r l^2}
\end{aligned}$$

Durch Gleichsetzen erhalten wir

$$\rho^{in}(r) = -\frac{qe^{-\frac{r}{l}}}{4\pi r l^2}$$

Jetzt können wir Q bestimmen.

$$Q = q^{ex} + \int dV \rho^{in}(r) = q - q(e^{-\frac{R}{l}} + 1)$$

Wir lassen nun R, also den Abstand aus welchem wir die Ladung betrachten, gegen unendlich gehen.

$$\lim_{R\to\infty} q - q(e^{-\frac{R}{l}} + 1) = q - q = 0$$

Ab einem gewissen Abstand, ist die Gesamtladung also gerade null.

Wenn das nur alles so einfach wäre, irgendwas muss falsch sein, oder ich raffe maple net. active1df:=e$^(- r/l) * r/l^2$;

inert2df := e$^(- r/l) * r/l^2; f := \frac{e^{(-\frac{r}{l})}\, r}{l^2}$

active1dint(e$^(- r/l) * r/l^2, r)$;

inert2d-1/ln(e)^2$*exp(-r/l*ln(e))-1/l/ln(e)*r*exp(-r/l*ln(e)); -\frac{e^{(-\frac{r\ln(e)}{l})}}{\ln(e)^2} - \frac{r\, e^{(-\frac{r\ln(e)}{l})}}{l\ln(e)}$

active1dint(e$^(- r/l) * r/l^2, r = 0..R)$;

inert2d-(R*exp(-R/l*ln(e))*ln(e)+l*exp(-R/l*ln(e))-l)/ln(e)$^2/l; -\frac{R\, e^{(-\frac{R\ln(e)}{l})}\ln(e) + l\, e^{(-\frac{R\ln(e)}{l})} - l}{\ln(e)^2\, l}$