10 Übung zur Physik II - Blatt 10

Benedikt Birkenbach (3699455)
Gruppe 2
Philipp Messer

10.1 Induktionsgesetz

(a) Wir möchten den magnetischen Fluß durch die Drahtschlinge berechnen. Es gilt:

$$\Phi(t) = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}(t)$$

Da das magnetische Feld und die Flächennormale parallel sind, können wir mit den beträgen rechnen. Aufgrund der Homogenität des magnetischen Feldes, kann man es vor das Integral ziehen.

$$\Phi(t) = \int_A B dA(t) = B \int_A dA(t) = B\pi R(t)^2$$

$R(t)$ kann man sich leicht überlegen, zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt $R = 15cm$, dann fällt R linear bis 0 ab, wofür 15 Sekunden benötigt werden. Daher gilt:

$$R(t) = 20 - \frac{4}{3}t$$

Wodurch sich folgender Fluß ergibt:

$$\Phi(t) = B\pi R(t)^2 = B\pi(20 - \frac{4}{3}t)^2$$

Um nun die induzierte Spannung zu berechnen, benutzen wir folgende Gleichung.

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = B\pi \frac{d(R(t))^2}{dt}$$

Wir leiten also $R(t)^2$ zweimal nach der Zeit ab.

$$R(t)^2 = (20 - \frac{4}{3}t)^2 = (400 - 53\frac{1}{3}t + \frac{16}{9}t^2)$$

$$\frac{d(400 - 53\frac{1}{3}t + \frac{16}{9}t^2)}{dt} = 3\frac{5}{4}t - 53\frac{1}{3}$$

Hierdurch ergibt sich für U.

$$U(t) = B\pi(53\frac{1}{3} - 3\frac{5}{4}t)$$

(b) Wir berechnen den magnetischen Fluß durch eine Leiterschleife, der Fluß durch die ganze Schleife ergibt sich einfach durch Addition. Wegen der gleichen Vorrausetzungen wie im Aufgabenteil (a) können wir wieder mit Beträgen rechnen und B vor das Integral schreiben.

$$\Phi_{Ls}(t) = \int_A \vec{B}(t) \cdot d\vec{A} = B(t) \int_A dA = B(t)\pi R^2 = \pi R^2 B_o \sin \omega t$$

Setzen wir nun die Werte ein, rechnen die Minuten noch in Sekunden um und multiplizieren mit der Anzahl der Windungen, so ergibt sich für Φ_{ges}:

$$\Phi_{ges}(t) = 20 \cdot 210 \cdot 225 \cdot \pi \cdot \sin \frac{t}{1200} = 2968805,1 \cdot \sin \frac{t}{1200}$$

Daraus ergibt sich folgende Spannung:

$$U(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = 2968805,1 cdot \frac{1}{1200} \cdot \cos \frac{t}{1200} = 2474,0042 \cos \frac{t}{1200}$$

10.2 Stromdurchflossener Draht im Magnetfeld

(a) Um die Geschwindigkeit zu bestimmen, überlegen wir uns, welche Kraft auf den Draht wirkt. Die einzige Kraft (es gibt eventuell noch andere, welche wir vernachlässigen) ist die Lorentzkraft.

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Da das Magentfeld $\vec{B}$ senkrecht zum Strom durch den Draht steht, können wir mit Beträgen rechnen. Die Richtung von $\vec{v}$ ist senkrecht zu $\vec{B}$ und senkrecht zum Draht.

$$F = q \cdot v \cdot B = I \cdot l \cdot B$$

Mit Hilfe des ersten newtonschen Gesetzes ergibt sich:

$$F = q \cdot v \cdot B = m \cdot a$$

Durch Integration über die Zeit erhalten wir:

$$v = \int \frac{IlB}{m} dt = \frac{Il \cdot B}{m} t + C$$

Gehen wir davon aus, daß der Stab zum Zeitpunkt $t = 0$ ruht, ergibt sich $C = 0$ und somit für $v(t)$:

$$v(t) = \frac{Il \cdot B}{m} t$$

(b) Um die Spannung $U(t)$ zu berechnen, bestimmen wir $\Phi(t)$ und benutzen dann die Formel aus Aufgabe 1. Wir nehmen an, daß sich der Draht zum Zeitpunkt Null an der Stelle x_0 befindet. Dann lautet die Bewegunsgleichung des Drahtes:

$$x(t) = x_0 + \frac{1}{2}at^2$$

Dadurch ergibt sich mit Hilfe der in Aufgabenteil bestimmten Beschleunigung:

$$\Phi(t) = \int_A B \cdot dA(t) = B \cdot l \cdot x(t) = B \cdot l \cdot (x_0 + \frac{1}{2}\frac{IlB}{m}t^2)$$

Leiten wir dies nach der Zeit ab und multiplizieren es mit -1, so erhalten wir die Spannung U.

$$U = -\frac{Il^2B^2}{m}t^2$$

(c) Um die Leistung zu bestimmen, berechnen wir zuerst die Arbeit welche verrichtet wird. Arbeit ist gleich Kraft mal Weg. Die Kraft kennen wir, den Weg kennen wir ebenfalls.

$$W = F \cdot l \cdot \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{I^2l^2B^2}{m}t^2$$

Jetzt leiten wir die Arbeit nach der Zeit ab und erhalten die Leistung.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{I^2l^2B^2}{m}t$$

10.3 Systeme von Spulen

(a) parallele Schaltung von Spulen. Die Spannung bleibt an beiden Spulen gleich, der Strom (und dessen Ableitung) spaltet sich (Knotenregel) auf. Es gilt:

$$\dot{I}_1 \cdot L_1 = \dot{I}_2 \cdot L_2 = U$$

Hiermit ergibt sich für die gesamte Induktivität des Systems:

$$L = \frac{U}{\dot{I}} = \frac{U}{\dot{I}_1 + \dot{I}_2} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

Bildet man den Kehrwert so ergibt sich folgende Beziehung:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

(b) Reihenschaltung von Spulen. Jetzt bleibt der Strom konstant, die Spannung ändert sich. Es gilt:

$$\frac{U_1}{L_1} = \frac{U_2}{L_2} = \dot{I}$$

Hierdurch ergibt sich folgende Beziehung:

$$U = U_1 + U_2 = L_1 \cdot \dot{I} + L_2 \cdot \dot{I} = \dot{I}(L_1 + L_2) = \dot{I}L$$

Daraus folgt, daß

$$L_1 + L_2 = L$$

gilt.