Universität zu Köln
Priv.-Doz. Dr. S. Scheidl
Prof. Dr. H. Micklitz

WS 2002/2003
Zülpicher Strasse 77
50937 Köln

Übungen zu Physik I **Blatt 4**

Abgabe: 14.11.2002 *Besprechung: 18.11.2002*

Zur Erinnerung: Bitte geben Sie Ihre Bearbeitung donnerstags am besten in der Vorlesung ab oder allerspätestens bis 13:00 Uhr (!) in der Ablage vor dem Institut für Theoretische Physik.

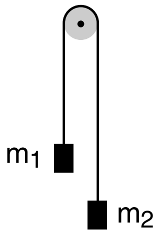
Aufgabe 4.1: Leistung (1+2 Punkte)

(a) Ein PS ist definiert als die Leistung die erforderlich ist, um eine Masse von 75 kg im Schwerefeld der Erde mit konstanter Geschwindigkeit um einen Meter in einer Sekunde zu heben. Wieviel Watt entspricht dies?

(b) Welche Steigung (in Prozent) kann ein PKW der Masse 1000 kg und einer Motorleistung von 60 PS mit konstanter Geschwindigkeit von 100 km/h bewältigen? Hierbei seien der Luft- und Rollwiderstand vernachlässigt.

Aufgabe 4.2: Atwoodsche Fallmaschine (4+4 Punkte)

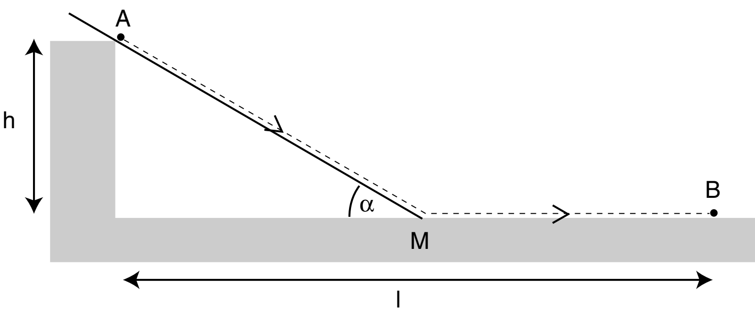
Zwei Körper der Massen $m_1 = 5$ kg und $m_2 = 10$ kg hängen an den Enden eines Seils über einer reibungsfrei gelagerten Rolle.



(a) Berechnen Sie die Beschleunigung der Körper.

(b) Welche Kraft wirkt auf das Seil?

Aufgabe 4.3: Kürzer = schneller? (12 Punkte)



Ein Körper bewege sich im Schwerefeld der Erde von Punkt A (an der Oberkante einer Stufe der Höhe h) nach B (auf der unteren Stufe in horizontaler Entfernung l), siehe Skizze. Ein Brett sei im Winkel α schräg über die Stufe gelegt. Zunächst werde der Körper bei A festgehalten und dann einfach losgelassen. Er rollt über das

Brett auf die untere Stufe. Man nehme an, dass sich im Auflagepunkt M nur die Richtung der Geschwindigkeit ändert. Bestimmen Sie in Abhängigkeit des Winkels α die Zeit, die der Körper braucht, um von A nach B zu kommen. Für welches α geht es am schnellsten? Betrachten Sie den Körper als Massepunkt und vernachlässigen Sie die Dicke des Bretts.

Aufgabe 4.4: Kinematik in Polarkoordinaten (4+4 Punkte)

(a) Verifizieren Sie für eine in Polarkoordinaten gegebene und in der Zeit parametrisierte Bahnkurve, d.h., $\mathbf{r} = \rho\ \mathbf{e}_\rho$ mit $\rho = \rho(t)$ und $\varphi = \varphi(t)$, dass die Relationen

$$\mathbf{v} = \dot{\rho}\ \mathbf{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\ \mathbf{e}_\varphi \quad \text{und} \quad \mathbf{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\ \mathbf{e}_\rho + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})\ \mathbf{e}_\varphi$$

gelten. Welche Bedingunden müssen ρ und φ erfüllen, damit Orts- und Geschwindigkeitsvektor zu jeder Zeit senkrecht bzw. parallel zueinander stehen? Wie sehen die korrespondierenden Beschleunigungen aus? Charakterisieren und skizzieren Sie die entsprechenden Bewegungen.

(b) Betrachten Sie im folgenden die spezielle, in Polarkoordinaten durch

$$\rho(t) = \rho_0 + \sigma_0 t\cos(\alpha) \quad \text{und} \quad \varphi(t) \;=\; \tan(\alpha)\ \ln\frac{\rho(t)}{\rho_0}$$

beschriebene Bewegng eines Massenpunkts. Hierbei sind ρ_0, σ_0 und α zeitlich konstant und so gewählt, dass ρ und φ im positiver Zeitrichtung definiert sind.

Zeigen Sie, dass der Betrag der Geschwindigkeit zeitlich konstant ist. Wie groß ist er? Beweisen Sie ferner, dass Orts- und Geschwindigkeitsvektor einen zeitlich konstanten Winkel miteinaner einschließen und berechnen Sie diesen. Charakterisieren und skizzieren Sie abschließend die Bewegung.

Aufgabe 4.5: Kugelkoordinaten (8+2 Punkte)

Wie in der Vorlesung eingeführt, stehen die kartesischen Koordinaten (x, y, z) mit den Kugelkoordinaten (r, φ, ϑ) über

$$\left.\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \varphi &= \arctan\tfrac{y}{x} \\ \vartheta &= \arctan\tfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} \end{aligned}\right\} \text{bzw.} \left\{\begin{aligned} x &= r\ \cos\varphi\ \sin\vartheta \\ y &= r\ \sin\varphi\ \sin\vartheta \\ z &= r\ \cos\vartheta \end{aligned}\right.$$

in Beziehung.

(a) Bestimmen Sie die Vektoren $\partial_\xi \mathbf{r}$ und $\mathbf{e}_\xi$ für $\xi = r, \varphi, \vartheta$ und verifizieren Sie, dass $\{\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_\vartheta\}$ eine negativ orientierte Orthonormalbasis bilden.

(b) Zeigen Sie, dass mit $f(x, y, z) = \tilde{f}(r, \varphi, \vartheta)$ der Gradient in Kugelkoordinaten durch

$$\boldsymbol{\nabla} f = \frac{\partial\tilde{f}}{\partial r}\ \mathbf{e}_r + \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial\tilde{f}}{\partial\varphi}\ \mathbf{e}_\varphi + \frac{1}{r}\frac{\partial\tilde{f}}{\partial\vartheta}\ \mathbf{e}_\vartheta$$

dargestellt werden kann.